

ESAME DI STATO DI ISTITUTO TECNICO INDUSTRIALE
Sessione ordinaria 2012 – Indirizzo Elettrotecnica e Automazione
Seconda prova scritta – Tema di Elettrotecnica

Un sistema di sbarre alimenta, alla tensione $V_1 = 6 \text{ kV}$ e frequenza $f = 50 \text{ Hz}$, 2 motori asincroni trifase.

Il primo motore presenta i seguenti valori nominali:

potenza 160 kW	tensione 6 kV	rendimento 0,94	cos $\varphi = 0,82$
----------------	---------------	-----------------	----------------------

Il secondo motore, con 4 poli e cos $\varphi = 0,81$, viene alimentato tramite un trasformatore trifase di potenza nominale 45 kVA e rapporto di trasformazione a vuoto 6000 V / 400 V che eroga una corrente $I = 50 \text{ A}$.

Le prove eseguite, nelle condizioni di funzionamento, sul gruppo trasformatore-motore hanno dato i seguenti esiti:

Trasformatore	Prova a vuoto	P ₀ % = 1,6%	cos $\varphi_0 = 0,32$
	Prova in cortocircuito	V _{CC} % = 5%	cos $\varphi_{CC} = 0,48$
Motore	Prova a vuoto	P ₀ = 1200 W	cos $\varphi_0 = 0,21$
	Perdite meccaniche	P _{av} = 400 W	

Il candidato, fatte eventuali ipotesi aggiuntive,

1. calcoli la potenza assorbita, il rendimento e la resistenza tra due morsetti statorici del motore alimentato dal trasformatore, sapendo che la coppia resa vale 145 Nm e lo scorrimento è pari al 3%;
2. calcoli il rendimento totale del gruppo trasformatore-motore;
3. determini il fattore di potenza complessivo dell'impianto.

Inoltre il candidato, fatte le considerazioni che ritiene più opportune, descriva gli effetti prodotti da una riduzione del 10% della tensione di alimentazione dell'impianto.

Schema unifilare dell'impianto

È riportato nella **figura 1**. Il motore 1 è direttamente collegato alle barre a 6 kV, mentre il motore 2 è alimentato dal trasformatore TR1.

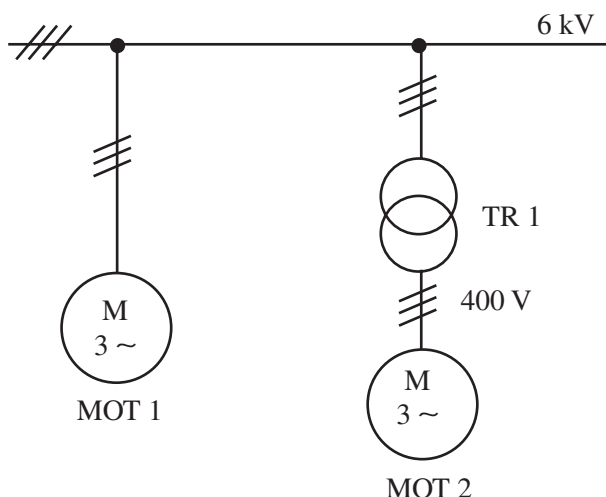


Figura 1 Schema unifilare dell'impianto.

Svolgimento domanda 1

Per determinare la tensione di alimentazione del motore 2 occorre calcolare i parametri longitudinali del circuito equivalente secondario del trasformatore TR1, per il quale il valore di targa 400 V rappresenta la tensione secondaria nominale a vuoto V_{20n} .

Si ottiene:

$$I_{2n} = \frac{S_n}{\sqrt{3}V_{20n}} = \frac{45\,000}{\sqrt{3} \times 400} = 65 \text{ A}$$

$$V_{2CC} = \frac{V_{CC} \%}{100} V_{20n} = \frac{5 \times 400}{100} = 20 \text{ V}$$

$$Z_{2CC} = \frac{V_{2CC}}{\sqrt{3}I_{2n}} = \frac{20}{\sqrt{3} \times 65} = 0,1777 \, \Omega$$

$$R_{2CC} = Z_{2CC} \cos \varphi_{CC} = 0,1777 \times 0,48 = 0,0853 \, \Omega$$

$$X_{2CC} = Z_{2CC} \sin \varphi_{CC} = 0,1777 \times 0,877 = 0,156 \, \Omega$$

Mediante la formula della caduta di tensione industriale, assumendo come fattore di potenza del carico il valore 0,81 del motore alimentato e come corrente erogata il valore 50 A indicato nel testo, si determina la c.d.t. interna del trasformatore:

$$\Delta V = \sqrt{3}I_2(R_{2CC} \cos \varphi_2 + X_{2CC} \sin \varphi_2) = \sqrt{3} \times 50(0,0853 \times 0,81 + 0,156 \times 0,5864) = 13,9 \text{ V}$$

La tensione a carico è quindi pari a: $V_2 = V_{20} - \Delta V = 400 - 13,9 = 386,1 \text{ V}$

La potenza assorbita dal motore 2 è:

$$P_a = \sqrt{3}V_2I_2 \cos \varphi_2 = \sqrt{3} \times 386,1 \times 50 \times 0,81 = 27\,084 \text{ W}$$

Per calcolare il rendimento del motore 2 occorre determinare la potenza resa, in funzione della coppia resa e della velocità di rotazione. Si ottiene:

$$n_0 = \frac{60f}{p} = \frac{60 \times 50}{2} = 1500 \text{ giri/min}$$

$$n = n_0(1 - s) = 1500(1 - 0,03) = 1455 \text{ giri/min}$$

$$P_r = \frac{2\pi n C_r}{60} = \frac{2\pi \times 1455 \times 145}{60} = 22\,093 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P_r}{P_a} = \frac{22\,093}{27\,084} = 0,8157$$

Per determinare la resistenza tra due morsetti dell'avvolgimento statorico occorre risalire alla perdita nel rame statorica, procedendo con il calcolo delle varie potenze perse.

Si calcolano le perdite addizionali con la formula convenzionale:

$$P_{add} = \frac{0,5 P_a}{100} = \frac{0,5 \times 27\,084}{100} = 135 \text{ W}$$

Si suppone trascurabile la perdita nel rame statorica nel funzionamento a vuoto, per cui dalla relazione $P_0 \cong P_f + P_{av}$ si ricava la perdita nel ferro:

$$P_f = P_0 - P_{av} = 1200 - 400 = 800 \text{ W}$$

Ragionando sulla potenza trasmessa P_r , dalle formule $P_t = P_{j2} + P_{av} + P_r$ e $P_t = P_{j2}/s$ con alcuni passaggi si ricava la formula per il calcolo della perdita nel rame rotorica:

$$P_{j2} = \frac{P_{av} + P_r}{\frac{1}{s} - 1} = \frac{400 + 22\,093}{\frac{1}{0,03} - 1} = 696 \text{ W}$$

Dal valore della potenza persa totale $P_p = P_a - P_r = 27\,084 - 22\,093 = 4991\text{ W}$ si ricava la perdita nel rame storica:

$$P_{j1} = P_p - P_f - P_{add} - P_{j2} - P_{av} = 4991 - 800 - 135 - 696 - 400 = 2960\text{ W}$$

Dalla formula $P_{j1} = 1,5 R_{m1} I_1^2$ si ricava la resistenza R_{m1} misurata tra due morsetti statorici, dove la corrente da considerare è quella secondaria del trasformatore, pari alla corrente assorbita da ogni fase storica del motore:

$$R_{m1} = \frac{P_{j1}}{1,5 I_1^2} = \frac{2960}{1,5 \times 50^2} = 0,7893\ \Omega$$

Svolgimento domanda 2

Per calcolare il rendimento del gruppo trasformatore-motore occorre determinare le perdite del trasformatore.

La potenza persa a vuoto è un dato del problema e vale:

$$P_{0T} = \frac{P_0 \% S_n}{100} = \frac{1,6 \times 45\,000}{100} = 720\text{ W}$$

La perdita di cortocircuito percentuale è data da $P_{CC} \% = V_{CC} \% \cos \varphi_{CC} = 5 \times 0,48 = 2,4\%$ ed è riferita, in base a quanto indicato dal testo, alle condizioni di funzionamento riportate, ossia alla corrente di 50 A e non alla corrente nominale. Per questa ragione la perdita nel rame totale (primario + secondario) del trasformatore è uguale a:

$$P_{cu} = P_{CCT} = \frac{P_{CC} \% S_n}{100} = \frac{2,4 \times 45\,000}{100} = 1080\text{ W}$$

La potenza resa del trasformatore equivale a quella assorbita dal motore: $P_{rT} = P_{aM} = 27\,084\text{ W}$.

La potenza assorbita dal trasformatore sarà quindi uguale a:

$$P_{aT} = P_{rT} + P_{0T} + P_{CCT} = 27\,084 + 720 + 1080 = 28\,884\text{ W}$$

Il rendimento globale del gruppo si può calcolare come rapporto tra la potenza resa in uscita (motore) e quella assorbita in ingresso (trasformatore) oppure moltiplicando i rendimenti delle due macchine, calcolati separatamente (quello del motore è già noto). Procedendo in entrambi i modi si ottiene:

$$\eta_{TM} = \frac{P_{rM}}{P_{aT}} = \frac{22\,093}{28\,884} = 0,765$$

$$\eta_T = \frac{P_{rT}}{P_{aT}} = \frac{27\,084}{28\,884} = 0,938$$

$$\eta_{TM} = \eta_T \eta_M = 0,938 \times 0,8157 = 0,765$$

Svolgimento domanda 3

Per calcolare il fattore di potenza complessivo dell'impianto si applica il metodo di Boucherot.

Si suppone che il primo motore funzioni in condizioni nominali, per cui la sua potenza attiva assorbita è data da:

$$P_1 = \frac{P_n}{\eta_n} = \frac{160}{0,94} = 170,2\text{ kW}$$

La potenza reattiva assorbita è: $Q_1 = P_1 \tan \varphi_1 = 170,2 \times 0,698 = 118,8\text{ kvar}$.

Il secondo carico è costituito dal gruppo motore 2-trasformatore, la cui potenza attiva è quella assorbita dal trasformatore:

$$P_2 = P_{aT} = 28\,884\text{ W} \cong 28,9\text{ kW}$$

Per calcolare la potenza reattiva assorbita dalle due macchine occorre sommare la potenza reattiva del motore e quella del trasformatore. La prima è data da:

$$Q_{2M} = \sqrt{3} V_2 I_2 \sin \varphi_2 = \sqrt{3} \times 386,1 \times 50 \times 0,5864 = 19\,608 \text{ var} \cong 19,6 \text{ kvar}$$

La potenza reattiva del trasformatore è la somma di quella magnetizzante (potenza a vuoto) e della potenza relativa alla reattanza X_{2CC} di ogni fase:

$$Q_{2T} = P_{0T} \operatorname{tg} \varphi_{0T} + 3 X_{2CC} I_2^2 = 720 \times 2,96 + 3 \times 0,156 \times 50^2 = 3301 \text{ var}$$

Si ottiene quindi: $Q_2 = Q_{2M} + Q_{2T} = 19,6 + 3,3 = 22,9 \text{ kvar}$

Dal valore $\operatorname{tg} \varphi_{TOT} = (Q_1 + Q_2) / (P_1 + P_2) = (118,8 + 22,9) / (170,2 + 28,9) = 0,7117$ si ricava quello del fattore di potenza globale dell'impianto:

$$\cos \varphi_T = \cos \operatorname{tg}^{-1} 0,7117 = 0,8147$$

Parte aggiuntiva

La riduzione del 10% della tensione di alimentazione comporta una serie di conseguenze, di cui le principali riguardano i due motori, precisamente:

- le correnti assorbite si riducono proporzionalmente alla tensione e quindi al 90% dei valori nominali;
- le coppie meccaniche sviluppate per qualsiasi valore dello scorrimento (compresa la coppia di spunto) si riducono in ragione di V^2 , per cui diminuiscono del 19% ($0,9^2 = 0,81$) rispetto ai valori alla piena tensione.

La riduzione della coppia di spunto potrebbe comportare problemi di avviamento dei motori. Inoltre, supponendo costante la coppia resistente, il punto di funzionamento sulla caratteristica meccanica si sposta a una velocità minore, facendo aumentare lo scorrimento e, di conseguenza, le perdite rotoriche nel rame dei due motori.

Altra conseguenza della riduzione della tensione è la diminuzione delle perdite nel ferro delle tre macchine, proporzionali a V^2 .