ALBERO DI TRASMISSIONE

DERIVATO DAL TEMA D'ESAME DELLA PRIMA SIMULAZIONE 2019

10

PRIMA PARTE

È dato un albero orizzontale di lunghezza l = 160 mm poggiante sui perni A e B, nella cui mezzeria è posta una ruota dentata che trasmette la forza F = 8 kN orientata verso il basso. L'albero si prolunga a sbalzo sulla destra del perno B per un tratto lungo 100 mm, sulla cui estremità viene montato un giunto; un motore erogante la potenza P = 6 kW alla frequenza di rotazione n = 1250 giri/min trasmette il moto all'albero attraverso il giunto.

Il candidato, facendo riferimento ai dati di targa del motore e a ogni altro parametro o ipotesi che ritenga necessari e congrui alla progettazione, dovrà effettuare:

a) il dimensionamento dell'albero, scegliendo opportunamente i materiali, i cuscinetti e ogni altro dispositivo necessario all'assemblaggio;
b) il dimensionamento del giunto rigido a dischi considerando che, per necessità operative, il diametro interno deve essere compreso tra 20 e 30 mm.

SECONDA PARTE

1. Ipotizzando il sistema di trasmissione costituito da due ruote dentate cilindriche a denti diritti con angolo di pressione pari a 20° e con un rapporto di ingranaggio pari a 4, dimensionare la ruota condotta.
2. Il candidato, facendo riferimento al giunto a dischi in base ai dati forniti (potenza e n. di giri), dovrà effettuare il calcolo dei bulloni di collegamento scegliendo opportunamente il materiale e indicando la classe di resistenza degli elementi di collegamento trovati.

SOLUZIONE

PRIMA PARTE

a) ***Dimensionamento dell'albero***

La prima domanda chiede di dimensionare l'albero di trasmissione nel tratto AB in cui è posto l'ingranaggio.

L'albero è soggetto alla sollecitazione composta di flessione e torsione, per cui la condizione di resistenza (equazione di stabilità) è data dalla seguente formula:

$$\frac{M_{fid}}{W_f} \leq \sigma_{amf}$$

Il carico della ruota dentata agente sull'albero è applicato in mezzeria e quindi si scarica in parti uguali sui due supporti A e B, pertanto le due reazioni vincolari valgono:

$$R_A = R_B = \frac{F}{2} = \frac{8000}{2} = 4000 \text{ N}$$

Il valore del momento flettente massimo in mezzeria è:

$$M_f = R_A \ \frac{l}{2} = 4000 \times \frac{160}{2} = 320\ 000 \text{ N mm}$$

Dall'espressione della potenza:

$$P = M_t \ \omega$$

si ottiene il valore del momento torcente:

$$M_t = \frac{P}{\omega} = \frac{6000}{\frac{2\ \pi\ n}{60}} = \frac{6000}{\frac{2\times\pi\times 1250}{60}} = 45{,}836 \text{ N m} = 45\ 836 \text{ N mm}$$

Dalla **tabella F.32** riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. F-32) si sceglie come materiale per l'albero l'acciaio UNI 10025-S355, con R_m = 500 N/mm^2, e si determinano la tensione ammissibile statica σ_{ams} e la tensione ammissibile a fatica alternata σ_{amf}:

$$\sigma_{ams} = \frac{R_m}{g_R} = \frac{500}{2{,}5} = 200\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{amf} = \frac{\sigma_{ams}}{3} = \frac{200}{3} = 66{,}6\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Quindi il momento flettente ideale risulta:

$$M_{f,id} = \sqrt{M_f^2 + 0{,}75\ M_t^2} = \sqrt{(320\ 000)^2 + 0{,}75\times(45\ 836)^2} \cong 322\ 405 \text{ N mm}$$

Per l'equazione di stabilità, sostituendo i valori trovati si ricava il valore del diametro dell'albero:

$$\frac{M_{fid}}{W_f} \leq \sigma_{amf}$$

$$W_f = \frac{M_{fid}}{\sigma_{amf}} = \frac{322\ 405}{66{,}6} = 4841 \text{ mm}^3$$

in cui il modulo di resistenza a flessione vale:

$$W_f = \frac{\pi}{32} d^3$$

da cui si ottiene:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32\times 4841}{\pi}} = 36{,}7 \text{ mm}$$

Si arrotonda tale cifra al valore intero superiore d = 37 mm. Dalla **tabella I.26**, riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. I-32), si considera la linguetta di calettamento UNI 6604-A10×8 con profondità di cava t_1 = 4,5 mm, pertanto il diametro utile risulta:

$$d_u = 37 + 4{,}5 = 41{,}5 \text{ mm}$$

si arrotonda tale cifra al valore superiore più vicino della serie di numeri normali di Renard R10, ossia d_e = 50 mm, come suggerisce la **tabella E.5** riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. E-11).

Scelta dei cuscinetti

Dal testo risulta che è possibile optare sia per i cuscinetti radenti, sia per i cuscinetti volventi. Si riportano entrambe le opzioni.

Dimensionamento dei perni portanti e dei cuscinetti radenti

Il perno A di sinistra è un perno di estremità sollecitato a flessione dalla forza F_a uguale alla reazione vincolare. Il diametro del perno è dato dalla seguente relazione:

$$d = \sqrt{\frac{5\ F_a}{\sigma_{amf}} \times \frac{L}{d}}$$

in cui il rapporto fra la lunghezza del perno e il suo diametro viene scelto consultando la **tabella I.62** riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. I-89) avendo assunto $L/d = 2$, pertanto si ha:

$$d = \sqrt{\frac{5 \times 4000}{66,6} \times 2} = 24,5 \text{ mm}$$

Si arrotonda tale valore a $d = 25$ mm. La lunghezza L del perno risulta:

$$L = 2 \times 25 = 50 \text{ mm}$$

Calcolati il diametro e la lunghezza del perno si esegue la verifica a pressione specifica:

$$p = \frac{F_a}{d\ L} \le p_{ams}$$

in cui la pressione ammissibile si deduce dalla **tabella I.62**, riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. I-89):

$$p_{ams} = 0,5 \div 1,5\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Poiché la pressione specifica risulta:

$$p = \frac{4000}{25 \times 50} = 3,2\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} > p_{ams}$$

la verifica non è soddisfatta; pertanto si aumenta la lunghezza e anche il diametro, tenendo fisso il rapporto $L/d = 2$; si ripete la verifica considerando $L = 80$ mm e si ottiene:

$$d = \frac{L}{2} = \frac{80}{2} = 40 \text{ mm}$$

per cui si ha:

$$p = \frac{4000}{40 \times 80} = 1,25\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < p_{ams}$$

quindi la verifica a pressione specifica è soddisfatta.
La verifica a riscaldamento consiste nel controllare che il prodotto () sia inferiore a un valore di riferimento riportato nella **tabella I.62** presente nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. I-89).
Essendo:

$$v = \omega\ \frac{d}{2} = \frac{2\ \pi\ n}{60} \times \frac{d}{2} = \frac{2 \times \pi \times 1250}{60} \times \frac{0,04}{2} = 2,6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

si ha:

$$p\ v = 1{,}25 \times 2{,}6 = 3{,}25\ \frac{\text{N m}}{\text{mm}^2\text{s}}$$

che rientra fra i valori di riferimento della tabella:

$$p\ v = 1 \div 9\ \frac{\text{N m}}{\text{mm}^2\text{s}}$$

pertanto anche questa verifica ha dato esito positivo.

Il perno B di destra lato giunto è un perno intermedio sollecitato a flesso-torsione e si può considerare dello stesso diametro dell'albero, al netto della profondità di cava della linguetta (d = 37 mm).
Assumendo d = 40 mm, per L/d = 2 si ricava il valore della lunghezza L = 80 mm.
Si esegue la verifica a pressione specifica:

$$p = \frac{F_a}{d\ L} \leq p_{ams}$$

Inserendo i valori numerici si ottiene:

$$p = \frac{4000}{40 \times 80} = 1{,}25\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < p_{ams}$$

quindi la verifica ha dato esito positivo.
Si esegue la verifica a riscaldamento:

$$v = \omega\ \frac{d}{2} = \frac{2\ \pi\ n}{60} \times \frac{d}{2} = \frac{2 \times \pi \times 1250}{60} \times \frac{0{,}04}{2} = 2{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$p\ v = 1{,}25 \times 2{,}6 = 3{,}25\ \frac{\text{N m}}{\text{mm}^2\text{s}}$$

Tale valore rientra fra i valori di riferimento, pertanto la verifica ha dato esito positivo.

Scelta dei cuscinetti volventi

Poiché i due perni hanno lo stesso diametro e lo stesso carico radiale (R_A = R_B = 4000 N), si impiegherà lo stesso modello di cuscinetto per entrambi. La scelta del cuscinetto si effettua tenendo conto del carico che esso deve sopportare e della sua durata presunta. La relazione che lega questi due parametri è data dalla **formula I.21** riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. I-93):

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^p$$

in cui:

– L_{10} è la durata di base espressa in milioni di giri;
– C è il carico dinamico, agente sul cuscinetto a cui corrisponde una durata di base di 106 giri;
– P è il carico dinamico equivalente che tiene conto del carico radiale (reazione vincolare);
– p è l'esponente della formula che vale 3 per i cuscinetti a sfere.

Considerando una durata L_{10h} = 12 000 ore reperibile dalla **tabella I.64**, presente nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. I-95), la relazione fra L_{10} ed L_{10h} è data dalla **formula I.20** riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. I-93):

$$L_{10} = \frac{60 \times n \times L_{10h}}{10^6} = \frac{60 \times 1250 \times 12000}{10^6} = 900 \text{ milioni di giri}$$

Sul cuscinetto agisce la reazione vincolare $R_A = R_B$ = 4000 N, quindi il carico dinamico vale:

$$C = P\left(L_{10}\right)^{\frac{1}{3}} = 4000 \times 900^{\frac{1}{3}} \cong 38\ 620 \text{ N}$$

Dalla **tabella I.69** riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. I-100), tenendo conto del diametro del perno, si sceglie un cuscinetto a sfere SKF con carico dinamico superiore a 38 620 N, avente le seguenti caratteristiche:

- diametro interno d = 40 mm;
- diametro esterno D = 90 mm;
- larghezza B = 23 mm;
- carico dinamico C = 41000 N.

b) ***Dimensionamento del giunto rigido a dischi***

Il dimensionamento del giunto si esegue in funzione del diametro degli alberi da collegare. Il calcolo del diametro dell'albero, nel tratto dal supporto B al giunto, si esegue considerandolo soggetto alla sollecitazione di torsione il cui valore calcolato in precedenza vale M_t = 45 836 N mm.
L'equazione di stabilità è la seguente:

$$\frac{M_t}{W_t} \le \tau'_{amf}$$

con:

$$\tau'_{amf} = \frac{2}{3}\frac{\sigma_{ams}}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3} \times \frac{200}{\sqrt{3}} \cong 77 \ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Con il modulo di resistenza a torsione che vale:

$$W_t = \frac{\pi}{16}\ d^3$$

inserendo i valori numerici, si ottiene:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16\ W_t}{\pi\ \tau'_{amf}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \times 45\ 836}{\pi \times 77}} \cong 14{,}5 \text{ mm}$$

Tenendo conto della linguetta di calettamento UNI 6604-A 5x5 con profondità di cava dell'albero t_1 = 3 mm e profondità di cava del mozzo t_2 =2,3 mm, reperibili dalla **tabella I.26**, presente nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. I-32), il diametro utile risulta:

$$d_u = 14{,}5 + 3 = 17{,}5 \text{ mm}$$

si arrotonda tale valore a d_e = 20 mm.
Le dimensioni dei giunti si ricavano dalle tabelle dei costruttori o mediante le formule empiriche di seguito riportate.

– Lunghezza del mozzo:

$$L \cong 3\ d = 3 \times 20 = 60\ \text{mm}$$

– Lunghezza della corona periferica:

$$2L_1 \cong 0,6 \times d + 40\ \text{mm} = 0,6 \times 20 + 40 = 52\ \text{mm}$$

– Diametro esterno:

$$D_e \cong 2,5 \times d + 100\ \text{mm} = 2,5 \times 20 + 100 = 150\ \text{mm}$$

– Diametro medio:

$$D_m \cong 0,95 \times D_e = 0,95 \times 150 = 142,5\ \text{mm}$$

– Diametro del mozzo:

$$D_1 \cong 1,8 \times d + 20\ \text{mm} = 1,8 \times 20 + 20 = 56\ \text{mm}$$

– Diametro della circonferenza passante per i centri dei fori:

$$D_b \cong 2,2\ d + 50\ \text{mm} = 2,2 \times 20 + 50 = 94\ \text{mm}$$

1. ***Dimensionamento dell'ingranaggio***

Il calcolo si effettua sul pignone, eseguendo prima il progetto a flessione a fatica e successivamente la verifica a usura. Il calcolo del modulo a fatica si esegue mediante la relazione di Lewis:

$$m = \sqrt[3]{\frac{2\ M_{corr}}{\sigma_{amf}\ X_v\ z\ \lambda\ y}}$$

in cui:

– il coefficiente di maggiorazione dinamica del carico vale:

$$X_v = \frac{A}{A + v}$$

esso tiene conto della velocità periferica v, con A (coefficiente empirico) compreso fra i valori A = 3 per ingranaggi meno precisi come lavorazione, e A = 6, per ingranaggi più precisi;

– il coefficiente di forma (fattore Lewis) è:

$$y = 0,484 - \frac{2,865}{z}$$

per α = 20°;

– il rapporto fra la larghezza della ruota e il modulo è:

$$\lambda = 10 \div 30$$

– z è il numero di denti;

– il momento torcente corretto è:

$$M_{corr} = f_s M_t$$

ottenuto moltiplicando il momento torcente M_t agente sulla ruota per un fattore di servizio f_s che tiene conto del tipo di servizio e della durata del pieno carico normale;

– σ_{amf} è la tensione ammissibile a fatica del materiale.

La velocità angolare vale:

$$\omega = \frac{2\,\pi\,n}{60} = \frac{2 \times \pi \times 1250}{60} = 130{,}9\ \frac{rad}{s}$$

Il momento motore agente sul pignone è stato calcolato in precedenza e vale M_t = 45 836 N mm.
Non essendo state date indicazioni, si presume che l'ingranaggio lavori in servizio normale senza sovraccarichi, per cui, dalla **tabella I.100**, riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. I-156), si sceglie il fattore f_s = 1,1 con cui si ottiene il momento corretto:

$$M_{corr} = f_s\ M_t = 1{,}1 \times 45\ 836 \cong 50\ 420\ \text{N mm}$$

Scegliendo per la ruota motrice il numero di denti z_1 = 20, per la ruota condotta, considerando il rapporto di trasmissione i = 4, si ottiene:

$$z_2 = z_1\ i = 20 \times 4 = 80$$

Come materiale si sceglie l'acciaio da cementazione 16MnCr5, riportato nella **tabella I.91**, presente nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. I-129), avente durezza HB = 700 N/mm^2 e σ_{amf} = 240 N/mm^2.
Poiché la velocità periferica non può essere nota a priori, in assenza del diametro primitivo, si ipotizza un valore di primo tentativo per il coefficiente X_v, pari per esempio a un valore compreso fra 0,4 e 0,7 (più vicino a 0,4 per ruota veloce, più vicino a 0,7 per le ruote lente), ossia X_v = 0,4.
Si ipotizza il coefficiente λ = 15.
Il fattore di Lewis vale:

$$y = 0{,}484 - \frac{2{,}865}{20} = 0{,}34$$

Con questi dati si calcola il valore del modulo:

$$m = \sqrt[3]{\frac{2\ M_{corr}}{\sigma_{amf}\ X_v\ z\ \lambda\ y}} = \sqrt[3]{\frac{2 \times 50\ 420}{240 \times 0{,}4 \times 20 \times 15 \times 0{,}34}} = 2{,}17\ \text{mm}$$

si arrotonda tale cifra al valore unificato m = 2,5 mm (UNI 6586), riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. I-125).
Occorre pertanto verificare la validità del coefficiente X_v.
I diametri primitivi delle due ruote valgono:

$$d_{p1} = m\ z_1 = 2{,}5 \times 20 = 50\ \text{mm}$$

$$d_{p2} = m\ z_2 = 2{,}5 \times 80 = 200\ \text{mm}$$

La velocità periferica del pignone risulta:

$$v_1 = \omega_1\ \frac{d_{p1}}{2} = 130{,}9 \times \frac{0{,}050}{2} \cong 3{,}3\ \frac{m}{s}$$

Considerando:

$$X_v = \frac{A}{A+v}$$

con $A = 4$, si ottiene il valore indicativo di una precisione discreta di lavorazione:

$$X_v = \frac{4}{4+3,3} = 0,55$$

superiore al valore ipotizzato (0,4), per cui si conferma il valore del modulo $m = 2{,}5$ mm.

La verifica a usura consiste nel valutare la pressione massima p_{max} di contatto nell'area di appoggio fra i denti e confrontarla con la pressione massima ammissibile p_{amm} verificando che p_{amm} risulti non inferiore a p_{max}. La pressione massima ricavabile mediante la **formula I.41** riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. I-128) vale:

$$p_{max} = K_1 \sqrt{\frac{2\,M_{corr,1}}{b\;d_{p1}\;\text{sen}2\alpha} \times \left(\frac{1}{d_{p1}} + \frac{1}{d_{p2}}\right)} = 378 \times \sqrt{\frac{2 \times 50\ 420}{37,5 \times 50 \times \text{sen}40°} \times \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{200}\right)} \cong 547\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

dove il valore della larghezza b della ruota è:

$$b = \lambda\ m = 15 \times 2,5 = 37,5\ \text{mm}$$

Il valore della pressione ammissibile si ricava mediante la **formula I.38** riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. I-127), assumendo prudenzialmente una durezza HB = 600 N/mm^2 e una durata di 20 000 ore, risulta:

$$p_{amm} = 24,5\,\frac{\text{HB}}{\sqrt[6]{n\ h}} = 24,5 \times \frac{600}{\sqrt[6]{1250 \times 20\ 000}} \cong 860\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Poiché il valore della pressione ammissibile è ampiamente superiore a quello della pressione massima, la verifica ha dato esito positivo.

Tabella dei parametri dell'ingranaggio		
	RUOTA MOTRICE	**RUOTA CONDOTTA**
CARATTERISTICA	**VALORE**	**VALORE**
Modulo	$m = 2{,}5$ mm	$m = 2{,}5$ mm
Rapporto d'ingranaggio u	$u = i = \frac{z_2}{z_1} = 4$	$u = i = \frac{z_2}{z_1} = 4$
Numero denti	20	80
Diametro primitivo	$d_{p1} = 50$ mm	$d_{p2} = 200$ mm
Angolo di pressione	$\alpha = 20°$	$\alpha = 20°$
Addendum	$h_a = m = 2{,}5$ mm	$h_a = m = 2{,}5$ mm
Dedendum	$h_f = 1{,}25\ m = 3{,}125$ mm	$h_f = 1{,}25\ m = 3{,}125$ mm
Altezza del dente	$h = 2{,}25\ m = 2{,}25 = 5{,}625$ mm	$h = 2{,}25\ m = 2{,}25 = 5{,}625$ mm
Larghezza della dentatura	$b = \lambda\ m = 15 \times 2{,}5 = 37{,}5$ mm	$b = \lambda\ m = 15 \times 2{,}5 = 37{,}5$ mm
Diametro di testa	$d_a = d_{p1} + 2 \times h_a = 55$ mm	$d_a = d_{p2} + 2 \times h_a = 205$ mm
Diametro di base	$d_b = d_{p1} - 2 \times h_f = 43{,}75$ mm	$d_b = d_{p2} - 2 \times h_f = 193{,}75$ mm

2. ***Calcolo dei bulloni di collegamento del giunto rigido a dischi***
Si prende in esame il giunto il cui dimensionamento è argomento della *domanda b* (prima parte). Considerando il giunto a dischi senza anello distanziatore e ritenendo che sulla circonferenza media, di diametro D_m, della superficie di contatto agisca la forza tangenziale trasmissibile da ciascun bullone F_t, si ha:

$$F_t = \frac{2\ M_t}{n_b\ D_m}$$

Il momento torcente M_t trasmesso, il cui valore è già stato calcolato in precedenza, vale $M_t = 45\,836$ N mm. Dalla **tabella I.53**, riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. I-70), si stabilisce il numero n_b di bulloni da impiegare, in funzione del diametro dell'albero; si assume $n_b = 4$. Il diametro medio vale:

$$D_m = 142{,}5 \text{ mm}$$

Sostituendo i valori si ha:

$$F_t = \frac{2\ M_t}{n_b\ D_m} = \frac{2 \times 45\,836}{4 \times 142{,}5} \cong 161 \text{ N}$$

La forza di serraggio F_a dei bulloni deve essere tale da generare una resistenza d'attrito non inferiore alla forza tangenziale F_t, pertanto si realizza una forza di trazione F_a che vale, per superfici sgrossate d'utensile:

$$F_a = (3{,}8 \div 4{,}5)F_t$$

Assumendo $F_a = 4\ F_t$, per la verifica di resistenza deve risultare:

$$\sigma_b = \frac{F_a}{A_r} \le \sigma_{b,ams}$$

Da tale valore, scelta la classe di resistenza delle viti dalla **tabella I.2** riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. I-7) e ricavato il corrispondente valore della tensione ammissibile, si ottiene il valore dell'area della sezione resistente della vite e dalla **tabella I.4** relativa alle filettature metriche ISO, a profilo triangolare (UNI 4536) riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. I-12), si deduce il diametro nominale.
Scelta la classe di resistenza 5.8 con $R_m = 500$ N/mm^2, la tensione ammissibile vale:

$$\sigma_{b,ams} = \frac{500}{2{,}5} \cong 200 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Il valore della forza di trazione è:

$$F_a = 4\ F_t = 4 \times 161 = 644 \text{ N}$$

Quindi si ottiene:

$$A_r = \frac{F_a}{\sigma_{b,ams}} = 3{,}22 \text{ mm}^2$$

Pertanto, dalla tabella delle filettature si sceglie la vite a passo grosso M3, cui corrisponde la sezione resistente $A_r = 5{,}03$ mm^2.