

# TURBINA IDRAULICA PER UNA CENTRALE IDROELETTRICA

DERIVATO DAL TEMA D'ESAME  
DELLA SECONDA SIMULAZIONE 2019



## Contesto operativo

La centrale idroelettrica di Entracque (CN) è l'impianto di produzione più grande in Italia e uno dei più grandi in Europa ed è in grado, da solo, di alimentare l'intera provincia di Torino. Produce una potenza di 1310 MW ed è costituita da 9 turbine idrauliche.

L'impianto ha due diverse derivazioni: Chiotas e Rovina che erogano rispettivamente un flusso di  $129 \text{ m}^3/\text{s}$  e  $27 \text{ m}^3/\text{s}$ . Sulla derivazione di Rovina, in particolare, sono presenti una Turbina Francis, un alternatore e una pompa che può essere innestata tramite giunto solo ad albero fermo.

## PRIMA PARTE

Il candidato, facendo riferimento al contesto operativo e assumendo ogni altro parametro/ipotesi che ritenga necessaria e congrua alla progettazione, dovrà effettuare:

- a) il dimensionamento della turbina Francis sapendo che:
  - a caduta disponibile è pari a 120 m;
  - la velocità di rotazione è pari a 600 giri/min;
  - il grado di reazione è pari a 0,54;
  - il rendimento idraulico è pari a 0,94;
- b) Il dimensionamento dell'albero di trasmissione posto tra la turbina e il generatore di energia elettrica sapendo che:
  - a valle della turbina è posizionato un riduttore di giri con rapporto di trasmissione pari a 8;
  - per ragioni di impianto la distanza tra le macchine, compresa tra i supporti A e B, è di 1,2 m;
  - nella mezzeria è calettata una puleggia per la trasmissione con cinghia trapezoidale del moto a un impianto ausiliario che applica una forza di 2 kN;
- c) una breve presentazione del generatore di energia elettrica che viene montato sul suddetto albero di trasmissione, in base ai dati sin qui in possesso;
- d) la determinazione e il dimensionamento della macchina operatrice necessaria al pompaggio notturno dell'acqua;
- e) la presentazione della soluzione tecnica più idonea per la giunzione della pompa all'albero di trasmissione, specificando se la stessa implichi o meno una perdita di potenza.

## SECONDA PARTE

Il dimensionamento della trasmissione a cinghie trapezoidali di un impianto ausiliario, il cui albero motore deve trasmettere una potenza di 4 kW alla velocità di 1000 giri/min, a un secondo albero motore a esso parallelo e distante 2 metri, assicurando un rapporto di trasmissione pari a 1/3. La puleggia per cinghie deve avere diametro compreso tra 160 e 250 mm; si prevede il posizionamento di 4 cinghie di tipo A.

## SOLUZIONE

### Premessa

La centrale idroelettrica "Luigi Einaudi" di Entracque (CN), di proprietà di ENEL SpA è una centrale di accumulo-pompaggio in cui sono presenti nove gruppi di generazione posti affiancati in una sala scavata in caverna. Tutti i gruppi sono montati con asse verticale, con l'alternatore posto sulla sommità.

Otto gruppi sono formati da un gruppo pompa-turbina a funzionamento reversibile, alimentati con l'acqua del bacino artificiale Chiotas. Il nono è alimentato con l'acqua del lago naturale Rovina: si tratta di un gruppo ternario, costituito da un unico asse rotante su cui sono accoppiati l'alternatore, la turbina Francis e la pompa bistadio.

## PRIMA PARTE

### a) Dimensionamento della turbina Francis

Si prende come riferimento il nono gruppo della centrale idroelettrica di Entracque (CN), alimentato con una portata volumica di  $27 \text{ m}^3/\text{s}$ . Si assumono alcuni dati mancanti: il rendimento volumetrico  $\eta_v = 0,98$  e il rendimento organico  $\eta_o = 0,98$  (entrambi valori prudenziali). Si calcola il rendimento totale  $\eta_{tot}$  come segue:

$$\eta_{tot} = \eta_y \eta_v \eta_o = 0,94 \times 0,98 \times 0,98 = 0,9$$

Per calcolare il salto utile  $H_u$  occorre conoscere il valore delle perdite di carico  $Y$  lungo le condotte in galleria e lungo le condotte forzate. Non essendo forniti dati in proposito (lunghezze, diametri), si ipotizza l'entità delle perdite in 4 m:

$$H_u = H_d - Y = 120 - 4 = 116 \text{ m}$$

Si richiama la formula della potenza effettiva della turbina in [kW]:

$$P_{eff} = \frac{\eta_t \rho g Q H_u}{1000}$$

$$P_{eff} = \frac{0,9 \times 1000 \times 9,81 \times 27 \times 116}{1000} = 27\,652 \text{ kW}$$

La velocità angolare della turbina vale:

$$\omega = \frac{2 \pi n}{60} = \frac{2 \times \pi \times 600}{60} = 20 \times \pi = 62,8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Si indica con  $M_1$  la coppia motrice erogata dalla turbina in fase di generazione ed entrante nel riduttore:

$$M_1 = \frac{P_{eff}}{\omega} = \frac{27\,652}{62,8} = 440,3 \text{ kN m}$$

Si calcola il lavoro idraulico unitario  $L_i$  in funzione del rendimento idraulico  $\eta_y$  (il valore è dato dal testo) e del salto utile  $H_u$ ; per ragioni di semplicità si trascura la presenza delle perdite  $H_w$  interne alla macchina. La formula relativa alle turbine Francis è la seguente:

$$\eta_y = \frac{L_i}{g H_u}$$

da cui deriva il lavoro idraulico  $L_i$ :

$$L_i = \eta_y g H_u = 0,94 \times 9,81 \times 116 = 1069,7 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Si richiama ora la formula che pone in relazione il grado di reazione  $\chi$  con il lavoro idraulico  $L_i$  e con l'energia cinetica unitaria posseduta dall'acqua che fa il suo ingresso sul rotore, in uscita dal distributore:

$$\chi = \frac{L_i - \frac{c_1^2}{2}}{L_i}$$

$$0,54 = \frac{1069,7 - \frac{c_1^2}{2}}{1069,7}$$

$$0,54 \times 1069,7 = 1069,7 - \frac{c_1^2}{2}$$

$$\frac{c_1^2}{2} = 1069,7 - 1069,7 \times 0,54$$

$$c_1^2 = 2 \times 1069,7 \times (1 - 0,54) = 984,124$$

Infine si calcola la velocità  $c_1$  con cui l'acqua uscente dal palettaggio statorico investe il palettaggio rotante:

$$c_1 = 31,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Nelle ruote a reazione il coefficiente di velocità periferica  $k$  oscilla tra 0,5 e 0,9; si assume il valore intermedio  $k = 0,7$  e con questo si richiama la formula che definisce il suddetto coefficiente, direttamente proporzionale alla velocità periferica  $u_1$  della ruota e inversamente proporzionale alla velocità  $c_1$  della portata di acqua entrante in turbina:

$$k = \frac{u_1}{c_1}$$

Razionalizzando si ottiene:

$$u_1 = k c_1 = 0,7 \times 31,4 \approx 22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

La velocità periferica è legata al raggio della ruota:

$$u_1 = \omega \times \frac{D}{2}$$

È così possibile risalire al diametro medio della ruota:

$$D = \frac{2 u_1}{\omega} = \frac{2 \times 22}{20 \times \pi} = 0,7 \text{ m}$$

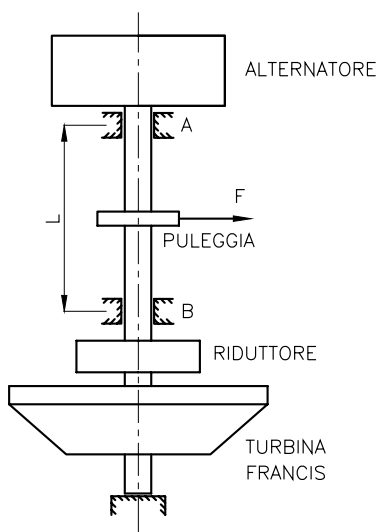
Si identifica infine la tipologia di macchina idraulica mediante il numero caratteristico di giri  $n_c$ :

$$n_c = \frac{n \sqrt{\frac{P_{eff}}{5}}}{H_u^{\frac{4}{5}}} = 600 \times \frac{\sqrt{27 \cdot 652}}{116^{1,25}} = 262 \frac{\text{giri}}{\text{min}}$$

Si tratta di una turbina Francis veloce, caratterizzata dall'avere il profilo palare particolarmente sviluppato in direzione circa parallela all'asse.

### b) *Albero di trasmissione della turbina*

Si chiede di dimensionare l'albero di trasmissione nel tratto posto tra il gruppo turbina più riduttore e l'alternatore. Nella **figura 1** è tracciato lo schema del gruppo turboalternatore.



**Fig. 1**

Schema del gruppo turboalternatore.

Immediatamente a valle della turbina è posto il gruppo riduttore avente il seguente rapporto di trasmissione:

$$i = \frac{\omega_{ingr}}{\omega_{uscita}} = \frac{n_1}{n_2} = 8$$

Il rapporto di trasmissione permette di risalire alla coppia motrice  $M_2$  uscente dal riduttore dove  $M_1$ , come già specificato in precedenza, è la coppia motrice erogata dalla turbina:

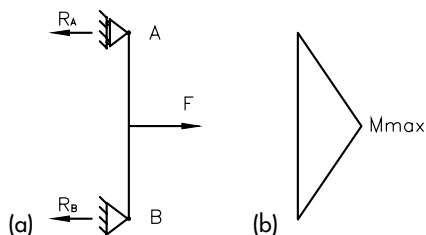
$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{M_2}{M_1} = 8$$

$$M_2 = i M_1 = 8 \times 440,3 = 3522,4 \text{ kN m} = 3522,4 \times 10^3 \text{ N m} = 3522,4 \times 10^6 \text{ N mm}$$

La forza  $F$  che è la somma dei due tiri cinghia  $T$  e  $t$ , vale 2 kN e si scarica in parti uguali, per ragioni di simmetria, sui due supporti A e B. Pertanto le due reazioni vincolari orizzontali e opposte a  $F$  valgono:

$$R_A = R_B = \frac{F}{2} = \frac{2000}{2} = 1000 \text{ N}$$

Nella **figura 2a** viene riportato lo schema dell'albero di trasmissione per il tratto compreso fra le due macchine, ovvero tra l'alternatore e il motopropulsore (turbina + riduttore); i due supporti A e B delimitano il tratto di lunghezza  $L = 1,2 \text{ m}$ . La trave matematica schematizza il tratto suddetto in forma di campata semplice. Il momento flettente ha andamento lineare a forma triangolare con il vertice in mezzzeria ed è riportato nella **figura 2b**.



**Fig. 2**

Schema dell'albero AB:

a) trave matematica;

b) diagramma del momento flettente.

Si calcola il momento flettente massimo in mezzzeria:

$$M_{max} = R_A \times \frac{L}{2} = 1000 \times \frac{1,2}{2} = 600 \text{ N m}$$

I sistemi di produzione energetica richiedono un alto grado di affidabilità per cui, come materiale per l'albero, si ricorre a un acciaio da bonifica altoprestazionale, il 36 Ni Cr Mo 16 UNI EN 10083, le cui caratteristiche allo stato bonificato sono riportate nella **tabella F.34** relativa agli acciai non legati da bonifica riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. F-110); per diametri dell'ordine di 100 ÷ 250 mm si ricava  $R_m = 1000 \div 1200 \text{ N/mm}^2$  allo stato bonificato. Si esegue la progettazione a fatica prendendo come riferimento il valore intermedio del carico di rottura del materiale:  $R_m = 1100 \text{ N/mm}^2$ .

La turbina idraulica è una macchina che opera con modalità di funzionamento assai regolare: infatti, l'avviamento avviene sempre a vuoto, in modo graduale e sotto un'accelerazione controllata; nella sua gestione operativa non si prevedono sovraccarichi: nel caso insorgessero picchi di coppia anche brevi, scattano le sicurezze e il turboalternatore si sgancia dal parallelo in tempi rapidissimi, si aprono dei by-pass idraulici, le pale statoriche si chiudono e la turbina rallenta gradualmente, salvaguardando l'integrità della macchina.

Si calcola inizialmente il tratto di albero di trasmissione compreso tra il mozzo della turbina e l'ingresso nel riduttore, anche se non richiesto, tuttavia utile come riferimento per i passi successivi. Si calcola il diametro dell'albero della turbina, nel tratto entrante nel riduttore, a torsione pura, considerando la tensione tangenziale ammissibile a fatica pulsante  $\tau'_{amf}$ :

$$\tau'_{amf} = \frac{2}{3} \times \frac{\sigma_{ams}}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3} \times \frac{458}{\sqrt{3}} \approx 176 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

in cui la tensione ammissibile  $\sigma_{ams}$  statica vale:

$$\sigma_{ams} = \frac{R_m}{g_R} = \frac{1100}{2,4} = 458 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Si determina il diametro dell'albero mediante la formula di Navier:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 M_1}{\pi \tau'_{amf}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \times 440,3 \times 10^6}{\pi \times 176}} = \sqrt[3]{12,74 \times 10^6} = 233,6 \text{ mm}$$

Nell'ipotesi di calettare il mozzo della ruota sull'albero mediante linguetta, si sceglie la linguetta 50 × 28 con profondità di cava  $t_1 = 17 \text{ mm}$ . Pertanto il diametro utile, nell'ipotesi extrasicura, sarà:

$$d_u = 233,6 + 2 \times t_1 = 267,6 \text{ mm}$$

Si arrotonda il diametro a 280 mm in base alla serie di Renard R20, come rilevato dalla **tabella E.5** relativa alle dimensioni lineari nominali per organi meccanici riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. E-11).

Il passo successivo consiste nel calcolo dell'albero nel tratto AB; la procedura seguita è quella del momento flettente ideale. Si calcola il  $M_{f,id}$  massimo nella sezione di mezzzeria, la più sollecitata:

$$M_{f,id} = \sqrt{M_{max}^2 + 0,75 M_2^2} = \sqrt{(600)^2 + 0,75 \times (3522,4 \times 10^3)^2} \approx 3050 \times 10^3 \text{ N m}$$

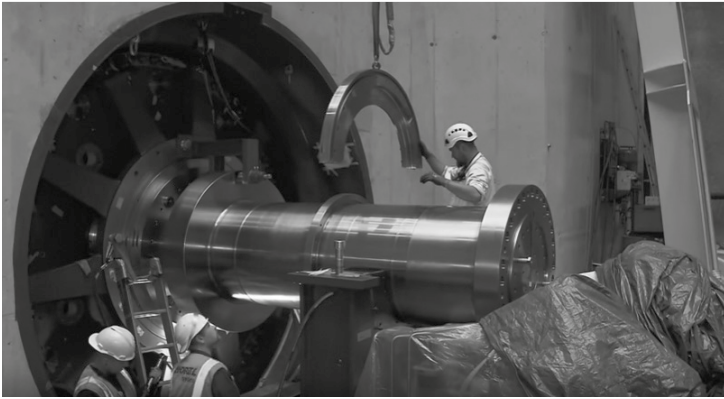
La tensione ammissibile  $\sigma_{amf}$  a fatica alterna vale:

$$\sigma_{amf} = \frac{R_m}{3 g_R} = \frac{1100}{3 \times 2,4} = 152,7 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Si determina infine il diametro dell'albero mediante la formula di Navier:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 M_2}{\pi \sigma_{amf}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \times 3050\,000 \times 10^3}{\pi \times 152,7}} = \sqrt[3]{203,5 \times 10^6} = 588,2 \text{ mm}$$

Si conferma il diametro da 600 mm in quanto contemplato dalla serie di Renard R40. Non sono state volutamente apportate maggiorazioni al diametro per ospitare le linguette poiché, quando i diametri sono molto grossi, come nel caso in esame, il collegamento dell'albero AB con l'alternatore avviene mediante giunto a flange. Nella **figura 3** si può osservare una fase delle operazioni di montaggio dell'albero di trasmissione che collega la turbina Francis, posta sulla sinistra della foto e riconoscibile per la verniciatura in blu, con l'alternatore, tramite la grossa flangia in evidenza sul lato destro dell'albero.



**Fig. 3**

Fasi di montaggio dell'albero che collega la turbina all'alternatore nella centrale di pompaggio Obervermuntwerk II (Vorarlberger Illwerke, Austria).

### c) **Presentazione del generatore**

Il generatore di corrente che viene impiegato nelle centrali idroelettriche è l'alternatore trifase, il cui schema costruttivo è derivato dal motore sincrono. Esso è costituito da avvolgimenti statorici, nei quali avviene la generazione della corrente elettrica a una tensione di circa  $6\,000 \div 15\,000 \text{ V}$ , e da un rotore avente una serie di poli alimentati in corrente continua da parte di una dinamo eccitatrice, spesso montata sulla sommità del medesimo albero e quindi rotante alla medesima frequenza di rotazione dell'alternatore che, come si è visto in precedenza, vale:

$$n_{alt} = \frac{n_{urb}}{i} = \frac{600}{8} = 75 \frac{\text{giri}}{\text{min}}$$

Nelle centrali idroelettriche per rotori rotanti a bassa velocità, come in questo caso, il numero  $p$  delle coppie polari può essere molto elevato, talora anche superiore a 100; nel presente caso si ha:

$$p = \frac{60 f}{n} = \frac{60 \times 50}{75} = 40 \text{ coppie polari}$$

Il rapporto di riduzione previsto, tra albero della turbina e albero dell'alternatore, pari a 8, consente quindi di adottare un alternatore avente 40 coppie polari, in grado di generare la corrente alternata trifase alla frequenza di 50 Hz.

La **figura 4** mostra il trasporto mediante carroponte di un rotore avente massa di 330 t, nel corso delle operazioni di allestimento di uno dei quattro alternatori della centrale; a causa della loro massa assai elevata, i rotori vengono solitamente costruiti all'interno della centrale e poi sollevati e montati all'interno dello statore. L'immagine illustra una fase di costruzione e montaggio della moderna centrale idroelettrica PSWL di pompaggio sita a Limmern (Cantone Glarona, Svizzera), completata nel 2017.



**Fig. 4**

Movimentazione del rotore di un alternatore durante la costruzione della centrale di pompaggio Limmern, (Axpo AG, Svizzera).

#### d) Dimensionamento della pompa

La quarta domanda chiede di determinare e dimensionare la pompa. Occorre tuttavia assumere una serie di dati mancanti: portata volumica  $Q = 27 \text{ m}^3/\text{s}$  (il medesimo valore usato in fase di produzione); rendimento idraulico  $\eta_y = 0,84$ ; rendimento volumetrico  $\eta_v = 0,98$ ; rendimento meccanico  $\eta_m = 0,94$  (valori prudenziali). Si calcola il rendimento totale  $\eta_{tot}$  della pompa come segue:

$$\eta_{tot} = \eta_y \eta_v \eta_o = 0,84 \times 0,98 \times 0,94 = 0,774$$

Si calcolano gli altri dati mancanti: vengono assunte la prevalenza geodetica pari alla caduta disponibile  $h_g = 120 \text{ m}$  e le perdite di carico lungo le condotte pari al dato già ipotizzato in fase di produzione:  $Y = 4 \text{ m}$ . Si calcola la prevalenza manometrica  $H_m$ :

$$H_m = h_g + Y = 120 + 4 = 124 \text{ m}$$

Per ragioni di brevità si consideri trascurabile il lavoro interno dissipato  $\Delta L_w$ . Si richiama la formula della potenza effettiva della pompa espressa in [kW]:

$$P_{eff} = \frac{\rho g Q H_u}{\eta_{tot} \times 1000}$$

$$P_{eff} = \frac{1000 \times 9,81 \times 27 \times 124}{0,774 \times 1000} = 42\,433 \text{ kW}$$

In questo tipo di applicazioni, la pompa è di tipo centrifugo pluristadio; tuttavia, in questa sede, per ragioni di semplificazione della trattazione, si esegue un dimensionamento di larga massima ipotizzando una pompa monostadio. Si prende in considerazione la **tabella R.12** relativa alle grandezze caratteristiche delle pompe, riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. R-48). Si rileva che, a fronte di una prevalenza massima di 124 m, corrisponde una pompa di tipo *radiale lento*. Si calcola il numero specifico di giri la cui formula è:

$$n_s = n \frac{\sqrt{G}}{H^{\frac{3}{4}}}$$

Si inseriscono i dati noti:

$$n_s = n \times \frac{\sqrt{G}}{\frac{3}{H^4}} = n \times \frac{\sqrt{27}}{124^{0,75}} = n \times 0,14$$

Per questa categoria di pompe la tabella segnala che il valore di  $n_s$  è compreso nell'intervallo  $16 \div 27$  giri/min. Prendendo come riferimento un valore indicativo  $n_s = 25$  giri/min si ha:

$$n = \frac{n_s}{0,14} = \frac{25}{0,14} = 178,5 \frac{\text{giri}}{\text{min}}$$

Si sceglie una frequenza di rotazione che risulti un sottomultiplo di 3000 giri/min: il valore più prossimo è 187,5 giri/min. Infatti:

$$n = \frac{60 f}{p} = \frac{60 \times 50}{16} = 187,5 \frac{\text{giri}}{\text{min}}$$

Tenendo conto dell'effetto di scorrimento, il valore di 178,5 giri/min risulta accettabile.

La suddetta tabella fornisce inoltre il valore del rapporto fra il diametro interno della pala, a livello del mozzo, e il diametro esterno; esso è pari a 0,5. Assegnando al diametro interno un valore approssimativo  $D_1 = 1$  m, si ottiene il diametro esterno  $D_2$ :

$$D_2 = \frac{D_1}{0,5} = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ m}$$

#### e) **Giunzione tra pompa e trasmissione**

L'ultima domanda della prima parte chiede di indicare la soluzione più idonea per la giunzione della pompa all'albero di trasmissione. Occorre innanzitutto ricordare che la pompa in questione è presumibilmente una macchina centrifuga pluristadio di grandi dimensioni, con una potenza effettiva analoga a quella della turbina. Il sistema pompa-motore è ad asse verticale con il motore in posizione superiore. L'accoppiamento tra le due macchine è realizzato mediante un convertitore di coppia; l'adozione di tale componente si rende necessario poiché il sistema si trova sotto carico al momento dell'avviamento; all'atto dello spunto la pompa si avvia sotto grande sforzo dovendo porre in movimento una colonna d'acqua di notevole altezza inizialmente ferma: per esempio, avendo assunto la prevalenza geodetica pari alla caduta disponibile  $h_g = 120$  m e le perdite di carico lungo le condotte pari al dato già ipotizzato in fase di produzione  $Y = 4$  m, la prevalenza manometrica  $H_m$  risulta:

$$H_m = h_g + Y = 120 + 4 = 124 \text{ m}$$

Grazie al convertitore di coppia, il motore elettrico raggiunge rapidamente il proprio regime di targa mentre il convertitore eroga inizialmente sulla pompa in fase di spunto una coppia motrice di avviamento molto elevata, in grado di porre in moto tutta la colonna d'acqua gravante. La differenza tra le velocità angolari di ingresso nel convertitore e di uscita è proporzionale alla coppia trasmessa: durante il transitorio di avviamento il motore mantiene costante la sua frequenza di rotazione, il convertitore prende velocità, riduce la coppia trasmessa alla pompa mentre questa accelera gradualmente fino a prendere il numero di giri finale dovuto; la colonna d'acqua raggiunge il valore previsto di portata. A causa degli attriti interni di natura fluidodinamica, il convertitore di coppia tende a disperdere una parte dell'energia entrante; su una coppia di assi cartesiani in cui l'asse delle ascisse riporta la fre-



quenza di rotazione in uscita dal convertitore e l'asse delle ordinate riporta il rendimento, si nota che il rendimento assume la forma all'incirca di una parabola non perfettamente simmetrica con la concavità rivolta verso il basso e passante per l'origine degli assi:

$$\eta = \frac{P_{uscente}}{P_{entrante}} = \frac{M_2 \omega_2}{M_1 \omega_1}$$

Dalla formula si deduce che allo spunto ( $\omega_2 = 0$ ) il rendimento è 0; man mano che l'asse uscente (nel nostro caso l'asse che aziona la turbopompa) prende velocità ( $\omega_2$  crescente), il rendimento cresce fino a un valore massimo che vale  $80 \div 85\%$ ; nel caso in cui la velocità uscente si approssimasse alla velocità entrante, il convertitore riduce al minimo la coppia trasmessa e il rendimento crolla repentinamente verso lo 0.

## SECONDA PARTE

### Progetto di una trasmissione a cinghie trapezoidali

Il quesito prevede il dimensionamento di una trasmissione a cinghie trapezoidali della quale sono noti la potenza e la velocità dell'albero motore, l'interasse e il rapporto di trasmissione di moltiplicazione. Non sono date informazioni relative né alle lunghezze degli alberi motore e condotto, né alla tipologia di servizio, mentre è dato sapere che la puleggia motrice deve avere diametro compreso tra 160 e 250 mm e che si prevede il posizionamento di 4 cinghie di tipo A.

Convieni per prima cosa definire la puleggia motrice in ottemperanza alla Norma UNI 5266 – 4A 200 onde evidenziare la sua larghezza misurata sul mozzo e conseguentemente formulare un'ipotesi per la lunghezza dell'albero motore quello, dei due, sottoposto al momento torcente più elevato.

Noto il rapporto di trasmissione pari a  $1/3$ , si possono adottare i seguenti diametri primitivi unificati, avendo consultato la **tabella I.120** relativa ai diametri di riferimento unificati, riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. I-165):

- $d_{p1} = 250$  mm, per la puleggia motrice, avente diametro primitivo (o di riferimento) maggiore;
- $d_{p2} = 85$  mm, per la puleggia condotta, avente diametro primitivo minore.

Inserendo i suddetti due diametri primitivi nella formula del rapporto di trasmissione, si ottiene un valore assai prossimo a quello richiesto nel testo:

$$i = \frac{d_2}{d_1} = \frac{85}{250} = 0,34 \approx \frac{1}{3}$$

Dalla consultazione della **tabella I.118** relativa alle dimensioni delle cave per le pulegge, riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. I-164), si ricavano le seguenti quote con cui calcolare la larghezza di fascia:

- $e = 15$  mm, che indica la distanza fra gli assi di due gole;
- $f = 9$  mm, che indica la distanza fra l'asse della gola esterna e il bordo della puleggia.

La larghezza di fascia della puleggia a 4 gole vale:

$$B = 2f + 3e = 2 \times 9 + 3 \times 15 = 63 \text{ mm}$$

Considerando l'albero sorretto alle estremità dai cuscinetti e la puleggia calettata in mezzzeria, si può dedurre la lunghezza  $L$  dell'albero, data dalla larghezza della puleggia più due volte la distanza dei suoi bordi dal centro dei supporti, ipotizzata in 15 mm:

$$L = 63 + 15 + 15 = 93 \text{ m}$$

Considerando la potenza nominale trasmessa e la velocità di rotazione, si ricava il valore del momento torcente sulla puleggia motrice:

$$P = M_t \omega$$

$$M_t = \frac{P}{\omega}$$

ossia:

$$M_t = \frac{P}{\frac{2 \pi n}{60}} = \frac{4000}{\frac{2 \times \pi \times 1000}{60}} = 39,187 \text{ N m} = 39\,187 \text{ N mm}$$

La forza periferica motrice  $F$  risulta:

$$F = \frac{M_t}{\frac{d_{p1}}{2}} = \frac{39\,187}{125} = 313,5 \text{ N}$$

Il tiro  $S$  delle cinghie rappresenta la forza che genera la sollecitazione di flessione sull'albero motore. Nel caso di cinghie trapezoidali, per tener conto delle sovratensioni e garantire con sufficiente sicurezza la trasmissione del moto senza slittamenti, il tiro assume, in genere, i seguenti valori:

$$S = (2 \div 2,5) F,$$

Pertanto si ottiene:

$$S = 2 F = 627 \text{ N}$$

Il carico della puleggia agente sull'albero è applicato in mezzzeria e si scarica in parti uguali sui due supporti A e B, pertanto le due reazioni vincolari valgono:

$$R_A = R_B = \frac{S}{2} = \frac{627}{2} = 313,5 \text{ N}$$

il valore del momento flettente massimo in mezzzeria risulta:

$$M_f = R_A L_1 = 313,5 \times 46,5 = 14\,578 \text{ N mm}$$

in cui:

$$L_1 = \frac{B}{2} + 15 = \frac{63}{2} + 15 = 46,5 \text{ mm}$$

Dimensionando l'albero motore a flesso-torsione, la condizione di resistenza (equazione di stabilità) è:

$$\frac{M_{fid}}{W_f} \leq \sigma_{amf}$$

Si impiega un acciaio C 40 bonificato avente  $R_m = 700 \text{ N/mm}^2$  come ricavato dalla **tabella F.34** relativa agli acciai non legati da bonifica, riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. F-110); avendo assunto un grado di sicurezza a rottura  $g_r = 3$ , si ha:

$$\sigma_{ams} = \frac{700}{3} \cong 233 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

La tensione normale ammissibile a fatica alternata vale:

$$\sigma_{amf} = \frac{1}{3} \sigma_{ams} = 77,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Il momento flettente ideale risulta:

$$M_{f, id} = \sqrt{M_f^2 + 0,75 M_t^2} = \sqrt{(14\,578)^2 + 0,75 \times (39\,187)^2} \approx 36\,936 \text{ N mm}$$

Sostituendo i valori trovati nell'equazione di stabilità si ricava il valore del diametro dell'albero motore:

$$\frac{M_{fid}}{W_f} \leq \sigma_{amf}$$

$$W_f = \frac{M_{fid}}{\sigma_{amf}} = \frac{36\,936}{77,6} \approx 476 \text{ mm}^3$$

in cui:

$$W_f = \frac{\pi}{32} d^3$$

da cui si ricava:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \times 476}{\pi}} \approx 17 \text{ mm}$$

Scegliendo la linguetta UNI 6604 - A 6 × 6 con profondità di cava dell'albero  $t_1 = 3,5$  mm e profondità di cava del mozzo  $t_2 = 2,8$  mm, si ottiene il diametro utile  $d_u = 20,5$  mm che si arrotonda a 25 mm in base alla serie di Renard R20, come ricavato dalla **tabella E.5** relativa alle dimensioni lineari nominali per organi meccanici riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. E-11), quindi si ottiene:

- il diametro dell'albero di calettamento della puleggia motrice  $d = 25$  mm;
- il diametro primitivo della puleggia motrice  $d_p = 250$  mm;
- il diametro esterno della puleggia motrice  $d_e = d_p + 2b = 250 + 6 = 256$  mm;
- il diametro al fondo gola della puleggia motrice  $d_{fg} = d_p - 2h = 250 - 2 \times 11 = 228$  mm.

#### Schema di calcolo della trasmissione con cinghie trapezoidali

a) Nota la potenza nominale che deve essere trasmessa dall'albero motore  $P_n = 4$  kW, si ricava il valore della potenza corretta  $P_c$ :

$$P_c = P_n F_s F_t$$

in cui:

- $F_s$  è un coefficiente di servizio che tiene conto delle condizioni di lavoro, del tipo di motore e di macchina operatrice, ricavabile dalla **tabella I.100** relativa al fattore di servizio, riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. I-156);
- $F_t$  è un coefficiente correttivo che dipende dalle caratteristiche della trasmissione, ricavabile dalla **tabella I.101** relativa al fattore correttivo, riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. I-156), pertanto si ha:

$$P_c = 4 \times 1,3 \times 1 = 5,2 \text{ kW}$$

- b) La scelta del tipo di sezione della cinghia si effettua in funzione della potenza corretta e del numero di giri della puleggia minore, per mezzo di grafici riportati sui cataloghi. La frequenza di rotazione dell'albero condotto, essendo  $i = 1/3$ , risulta:

$$n_2 = \frac{n_1}{i} = \frac{1000}{\frac{1}{3}} = 3000 \frac{\text{giri}}{\text{min}}$$

Adottando cinghie di tipo convenzionale, mediante i valori di  $P_c$  e  $n_2$  si consulta il diagramma della **figura I.128** relativa al grafico per la scelta della sezione della cinghia trapezoidale, riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. I-166) e si deduce che si deve selezionare una cinghia del tipo A, come peraltro richiesto nel testo.

- c) Il valore della velocità periferica  $v$  corrispondente a entrambi i diametri unificati risulta:

$$v = \frac{\pi d_{p1} n_1}{60} = \frac{\pi d_{p2} n_2}{60} = \frac{\pi \times 0,250 \times 1000}{60} = \frac{\pi \times 0,085 \times 3000}{60} \cong 13,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- d) Il valore del diametro di riferimento equivalente  $d_e$ , corrispondente al diametro primitivo di due pulegge uguali ( $i = 1$ ) di una trasmissione di uguale interasse ed equivalente, ai fini della sollecitazione flessionale a fatica, alla trasmissione in esame, si calcola con la seguente relazione:

$$d_e = d_{p1} F_b$$

in cui  $F_b$  è un coefficiente funzione del rapporto di trasmissione, ricavabile consultando la **tabella I.121** relativa al coefficiente  $F_b$  per il calcolo del diametro equivalente, riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. I-166):

$$d_e = d_{p1} F_b = 250 \times 1,14 = 285 \text{ mm}$$

- e) La potenza nominale trasmissibile  $P_1$  dalla cinghia scelta in funzione del diametro equivalente e della velocità periferica viene calcolata mediante la seguente relazione (UNI 5789) citata sul *Manuale di Meccanica*:

$$P_1 = \left[ \left( 0,61 \times v^{-0,09} - \frac{26,08}{d_e} - 1,04 \times 10^{-4} \times v^2 \right) \times v \right] \times 0,7355 =$$

$$= \left[ \left( 0,61 \times 13,3^{-0,09} - \frac{26,08}{285} - 1,04 \times 10^{-4} \times 13,3^2 \right) \times 13,3 \right] \times 0,7355 = 3,65 \text{ kW}$$

in cui sono stati inseriti la velocità, espressa in metri al secondo,  $v = 13,3 \text{ m/s}$  e il diametro equivalente, espresso in millimetri,  $d_e = 285 \text{ mm}$ , entrambi precedentemente calcolati.

- f) La lunghezza primitiva (o di riferimento)  $L_d$  della cinghia, nel caso di cinghia dritta, è data dalla seguente formula:

$$L_d = 2l + \frac{\pi}{2}(d_{p1} + d_{p2}) + \frac{(d_{p2} - d_{p1})^2}{4l} =$$

$$= 2 \times 2000 + \frac{\pi}{2} \times (250 + 85) + \frac{(250 - 85)^2}{4 \times 2000} = 4000 + 526,2 + 3,4 = 4529,6 \text{ mm}$$

Si adotta un valore unificato (valore commerciale), il più prossimo a quello calcolato, assumendolo dalla **tabella I.122** relativa alle principali lunghezze primitive delle cinghie trapezoidali, riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. I-167) e si sceglie  $L_p = 4605$  mm. Pertanto l'interasse effettivo sarà:

$$n = \frac{60 f}{p} = \frac{60 \times 50}{16} = 187,5 \frac{\text{giri}}{\text{min}}$$

- g) L'angolo di avvolgimento effettivo  $\alpha_1$  della puleggia più piccola viene calcolato mediante la seguente formula nella quale la puleggia minore è indicata con il pedice 1; tale angolo vale:

$$\alpha_1 = 180^\circ - 57 \times \frac{d_{p2} - d_{p1}}{l_e} = 180^\circ - 57 \times \frac{250 - 85}{2038} = 175,4^\circ$$

- h) La potenza effettivamente trasmissibile  $P_{1e}$  si può ottenere mediante la seguente relazione prevista dalle norme UNI e presente nei cataloghi dei fornitori:

$$P_{1e} = P_1 F_\alpha F_e$$

in cui:

- $F_\alpha$  è un coefficiente correttivo, dipendente dall'angolo di avvolgimento  $\alpha_1$  della puleggia piccola, reperibile consultando l'omonima **tabella I.107** riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. I-158); mediante interpolazione lineare si attribuisce a  $F_\alpha$  il valore 0,99;
- $F_e$  è un coefficiente che tiene conto della lunghezza effettiva della cinghia, ricavabile dal diagramma rappresentato nella **figura I.129** relativa al coefficiente di correzione  $F_e$ , riportata nel *Manuale di Meccanica* (Seconda Edizione, Hoepli 2016, p. I-171); esso vale  $F_e = 1,2$ .

Sostituendo i valori si ottiene:

$$P_{1e} = P_1 F_\alpha F_e = 3,65 \times 0,99 \times 1,2 = 4,33 \text{ kW}$$

- i) Il numero di cinghie  $z$  è ricavabile mediante la seguente relazione:

$$z = \frac{P_c}{P_{1e}} = \frac{5,2}{4,33} = 1,2$$

si arrotonda tale cifra al valore intero, per cui si assumeranno 2 cinghie minimo, inferiore a quanto previsto dal testo.